

## CARACTERIZACIÓN DEL CRECIMIENTO DE TRUCHAS ARCOIRIS (*Oncorhynchus mykiss*) EN EL LAGO TITICACA MEDIANTE MODELOS NO LINEALES

### CHARACTERIZATION OF THE GROWTH OF TROUT ARCOIRIS (*Oncorhynchus mykiss*) IN LAKE TITICACA BY NON-LINEAR MODELS

*Sabino Edgar Mamani Choque \**

#### RESUMEN

Esta investigación se realizó con el objetivo de caracterizar el crecimiento de truchas arcoiris (*Oncorhynchus mykiss*) en el lago Titicaca mediante modelos no lineales, a partir de los cuales se identificaron puntos de interés biológico y económico, así como predicciones de requerimiento de alimentos para mejorar el desempeño productivo y económico. La información utilizada corresponde a la empresa Perú Pacífico ubicada en el distrito de Capachica, provincia de Puno. Los modelos analizados fueron Logistic, Gompertz y Richards que se estimaron mediante NLIN de SAS® y el algoritmo de Marquardt. El modelo de Richards mostró un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) más alto. Es decir, describe y predice adecuadamente el crecimiento de truchas en el lago Titicaca, bajo condiciones específicas de manejo. Los modelos Logistic y Gompertz mostraron menor capacidad de predicción al sobrestimar y subestimar el peso en la fase inicial de crecimiento, en cambio en la fase final, subestiman y sobrestiman, respectivamente. El perfil de crecimiento muestra incrementos de peso lento en la fase de adaptación al ambiente, acelerado hasta el punto de inflexión, tiende hacia un valor asintótico a medida que se aproxima a la edad adulta, y tiene forma sigmoidea, típico en las truchas. Finalmente, se ha determinado el periodo de adaptación al ambiente, el punto de inflexión, el tiempo en el que alcanzarían peso comercial (200, 250, 330 y 500 gr), y el requerimiento de alimentos en determinados momentos de un ciclo productivo de 269 días.

**Palabras clave:** *Crecimiento de truchas, modelos matemáticos, modelo de Richards, tasa de crecimiento.*

---

\* Profesor Auxiliar del Departamento de Ingeniería Económica de la Universidad Nacional del Altiplano, Puno-Perú.  
[buffete79@gmail.com](mailto:buffete79@gmail.com)

Este artículo fue recibido 01 de diciembre 2017, ajustado el 15 de diciembre de 2017 y su publicación aprobada el 30 de diciembre de 2017.

## ABSTRACT

This research was carried out with the objective of characterizing the growth of rainbow trout (*Oncorhynchus mykiss*) in Lake Titicaca using nonlinear models, from which points of biological and economic interest were identified, as well as predictions of food requirements to improve the productive and economic performance. The information used corresponds to the company Perú Pacífico located in the district of Capachica, province of Puno. The models analyzed were Logistic, Gompertz and Richards that were estimated using SAS ® NLIN and the Marquardt algorithm. The Richards model showed a higher coefficient of determination ( $R^2$ ). That is, it adequately describes and predicts trout growth in Lake Titicaca, under specific management conditions. The Logistic and Gompertz models showed lower predictive capacity when overestimating and underestimating the weight in the initial phase of growth, while in the final phase, they underestimate and overestimate, respectively. The growth profile shows slow weight increases in the adaptation phase to the environment, accelerated to the point of inflection, tends toward an asymptotic value as it approaches adulthood, and has a sigmoid shape, typical in trout. Finally, it has been determined the period of adaptation to the environment, the point of inflection, the time in which they would reach commercial weight (200, 250, 330 and 500 gr), and the requirement of food at certain times of a productive cycle of 269 days.

**Keywords:** *Trout growth, mathematical models, Richards model, growth rate.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La acuicultura en la región de Puno ha tomado gran importancia en los últimos años debido al incremento del consumo de trucha dentro y fuera de la región. En el año 2015, el 89% de la producción nacional de trucha fresca (33,278 TM) le correspondió a Puno (PRODUCE, 2015). Sin embargo, la intensificación de esta actividad requiere de herramientas precisas para gestionar la producción y predecir escenarios consistentes, entre ellas se encuentra la modelación matemática que permite describir curvas de

crecimiento peso-edad, a partir del cual se determinan puntos de interés biológico y económico (Casas, Rodríguez, & Afanador, 2010).

Investigaciones previas (S Arrieta, Goicochea, Moquillaza, & Mostacero, 1996; Sonia Arrieta, Goicochea, Moquillaza, & Mostacero, 1979; Davidson, et al , 2014; León-Velarde, 1996; Yapuchura, Mamani, & Pari, 2016) mostraron que los modelos no lineales describen adecuadamente curvas de crecimiento que generalmente tienen tres parámetros de fácil interpretación (Aguilar, 2010). La mejor manera de maximizar la eficiencia del crecimiento y mejorar la rentabilidad de una piscigranja podría ser el uso de modelos matemáticos que permiten conocer tasas de crecimiento durante un ciclo productivo, además de los requerimientos de alimentación. Si se usan adecuadamente los modelos, podrían ser herramientas muy útiles en la planificación de la producción así como en la gestión, y podrían ayudar a comparar el estado real con lo que podría ser técnicamente factible (Strand, 2005).

Entre los modelos matemáticos más utilizados se encuentran los de von Bertalanffy, Gompertz, Richards, Logistic, Brody, Michaelis-Menten, Janoschek y West (Gulland, 1971; Richards, 1959; Winsor, 1932), aunque en la mayoría de los casos se usaron principalmente para describir la relación longitud-edad. En esta investigación se compararon los modelos Logistic, Gompertz y Richards que representan un crecimiento sigmoideo. Para cada uno de ellos se ha definido la forma algebraica para hallar el punto de inflexión, la pendiente en el punto de inflexión, la ecuación que hace

tangencia con la curva de crecimiento en el punto de inflexión y el punto en el que culmina la fase de adaptación de las truchas al ambiente.

El objetivo de esta investigación fue caracterizar la tecnología de crianza de truchas arcoíris mediante la selección de un modelo matemático en base a su capacidad predictiva e identificar puntos de interés biológico y económico, así como hacer predicciones de requerimiento de alimentos y tomar decisiones que permitan mejorar el desempeño productivo y económico de esta actividad económica.

## **2. MATERIALES Y MÉTODOS**

La investigación se realizó con información proveniente de la empresa Perú Pacífico, que se ubica en el distrito de Capachica, provincia de Puno, donde se producen truchas de la especie arcoíris (*Oncorhynchus mykiss*). Los datos fueron tomados con una frecuencia de aproximadamente 30 días y corresponden a un grupo de crecimiento denominado “Núcleo” que representa aproximadamente el 50% en un lote sembrado (Valverde, 2006).

El proceso de estimación de los parámetros se realizó mediante el procedimiento NLIN de SAS a través del método de Marquardt (Domínguez-Viveros et al., 2014; Pérez, 2001; SAS Institute Inc., 2015). El procedimiento requirió de valores iniciales de los parámetros para determinar los mejores valores mediante una interacción algorítmica (Agudelo, Cerón, & Restrepo, 2007). Los modelos de crecimiento evaluados se presentan en la Tabla 1.

**Tabla 1. Descripción matemática de los modelos evaluados**

Modelo	Ecuación*
Logistic	$Y_t = \frac{A}{1 + B e^{-Ct}}$
Gompertz	$Y_t = A(e^{-e^{B-Ct}})$
Richards	$Y_t = \frac{A}{(1 + e^{B-Ct})^{1/D}}$

\*A es el peso asintótico, C es el índice de madurez, B es un parámetro de ajuste, D define la forma del modelo, y t es tiempo en días.

La selección del mejor modelo se hizo mediante el coeficiente de determinación que se define como  $R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT}$ , donde SCE es la suma de cuadrados del error y SCT es la suma de cuadrados total (SAS Institute Inc., 2015). Una medida de criterio de convergencia que utiliza el procedimiento NLIN es la medida de compensación relativa R de Bates & Watts, (1981) que indica convergencia cuando esta medida es menor a  $10^{-5}$ . La definición de los puntos de interés para cada modelo de crecimiento, se determinó siguiendo el proceso de optimización de funciones matemáticas (Chiang & Wainwright, 2006).

Para el modelo Logistic los puntos de interés se definen como: a) *punto de inflexión*,  $\frac{d^2y}{dx^2} = \beta_1 e^{-\beta_2 x} - 1 = 0$ , luego  $x = \frac{\ln \beta_1}{\beta_2}$ ; evaluando en la función original se obtiene  $y|_{\frac{\ln \beta_1}{\beta_2}} = \frac{\beta_0}{2}$ , en consecuencia el punto de inflexión es  $(\frac{\ln \beta_1}{\beta_2}, \frac{\beta_0}{2})$ , b) *fin de la fase de adaptación al ambiente*. La pendiente en el punto de inflexión es igual a la primera derivada de la función evaluado en el valor crítico.  $\frac{dy}{dx}|_{\frac{\ln \beta_1}{\beta_2}} = \frac{\beta_0 \beta_2}{4}$ , reemplazando en la ecuación de la recta, dado la pendiente y el punto de inflexión, la ecuación tangente en el

punto de inflexión es:  $y = \frac{\beta_0}{4}(\beta_2 x - \ln \beta_1 + 2)$ . Finalmente, el punto de culminación de la fase de adaptación al ambiente se encuentra igualando a cero la ecuación anterior, cuyo resultado es  $x = \frac{\ln \beta_1 - 2}{\beta_2}$ .

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La ganancia de peso durante el periodo en estudio se muestra en la Tabla 2; se observa que durante el crecimiento, la variabilidad del peso se incrementa debido al crecimiento heterogéneo de las truchas, pero disminuye después de realizar un proceso de selección para mejorar el aprovechamiento del alimento y reducir la mortalidad. A partir de esta información se estimaron los modelos de crecimiento Logístico, Gompertz y Richards.

**Tabla 2. Ganancia de peso: grupo de crecimiento Núcleo, Capachica – 2016**

Día	Observaciones	Media	Desviación Estándar	Coficiente de variabilidad (%)
1	9	1.43	0.14	9.87
29	73	7.01	0.90	12.80
59	68	18.12	2.71	14.96
90	75	39.20	5.18	13.22
120	66	94.73	24.52	25.88
151	63	198.35	33.25	16.77
182	66	355.32	68.14	19.18
211	64	518.09	69.78	13.47
239	58	665.96	115.26	17.31
269	69	815.60	102.74	12.60

**Curvas de crecimiento basado en funciones peso-edad.** Los modelos Logistic, Gompertz y Richards convergieron por el método Marquardt, asegurando que los modelos estimados representan curvas de crecimiento específicas para las truchas en el lago Titicaca. Mediante el  $R^2$  se determinó que el modelo con mejor capacidad de predicción es el modelo de Richards, seguidos por los modelos de Gompertz y Logístico. En tanto que la medida de compensación relativa R de Bates & Watts, (1981) indica que se logró convergencia en todo los casos dado que dichos valores son inferiores a  $10^{-5}$ . Es decir, la suma cuadrado de los residuales es mínima y tiende a cero (De Sousa Júnior, Garrido, Carvalho, Rocha, & Campeche, 2014).

El peso potencial de la población analizada, parámetro A, en el modelo Logistic fue el más bajo (1102.6 gr), seguido por el modelo de Richards (1342.4 gr) y el modelo de Gompertz (1583.4 gr). El índice de madurez, parámetro C, muestra un comportamiento inverso respecto al parámetro A. La tasa más baja correspondió al modelo de Gompertz, la más alta al modelo Logistic y el modelo de Richards muestra una tasa moderada de 0.0141, esta tasa refleja la rapidez con que se aproxima al peso potencial (Enberg, Dunlop, & Jørgensen, 2008; A Trinidad, 2014), (Tabla 3).

Una interpretación más apropiada de este parámetro corresponde a León-Velarde, (1996), quien se refiere como una tasa de desaceleración del crecimiento ya que este parámetro tiene signo negativo. Por tanto, en términos de valor absoluto significa que cuanto mayor sea su valor, mayor será la desaceleración del crecimiento. El resto de parámetros (B y D) permiten únicamente el ajuste de los modelos. Sin embargo, en conjunto reflejan el

desempeño de los modelos (Aguilar, 2010; Panik, 2014; Trinidad, 2014) para describir el crecimiento de truchas.

Las predicciones de peso mostraron diferencias en la fase inicial de crecimiento; hasta el día 29, la media del peso observado fue de 7.01 gr, pero el modelo Logistic lo sobrestima (18.0 gr), el modelo de Gompertz lo subestima (3.9 gr), y el modelo de Richards predice con mejor aproximación (8.5 gr). En cambio para el día 269, último control de peso, el modelo Logistic lo subestima (927 gr), el modelo Gompertz lo sobrestima (942 gr) y el modelo de Richards (935) se aproxima a la media observada (931.8 gr) con bastante precisión.

Estas diferencias son más significativas para las estimaciones posteriores al día 269, pero en ausencia de datos oficiales para periodos mayores a un año, no es posible afirmar cuál de los modelos predice mejor el crecimiento. Sin embargo, los modelos de crecimiento estimados describen una forma sigmoidea, monótonas, con tasas de crecimiento cada vez más pequeñas, y la función tiende hacia un valor asintótico. Respecto a la capacidad predictiva de los modelos, Agudelo, Cerón, & Restrepo, (2007) también reportaron problemas de sobrestimación a edades tempranas y subestimación del peso a la madurez al evaluar los modelos de von Bertalanffy, Logístico, Richards y Brody en el crecimiento de bovinos.

En el ámbito local y bajo condiciones similares de manejo al de los criadores de trucha en Puno, Yapuchura, Mamani, & Pari, (2016), describieron el crecimiento de truchas en el lago Titicaca mediante el modelo

Logistic, encontrando un peso potencial a la madurez de 1150 gr, una tasa de desaceleración de 0.0171 y crecimiento sigmoideo. Las diferencias en los valores de los parámetros estimados se atribuyen principalmente a la marca de alimento utilizado y las características de manejo.

**Tabla 3. Parámetros estimados y sus propiedades para el grupo de crecimiento Núcleo, Capachica – 2016.**

Propiedades	Modelos		
	Logistic	Gompertz	Richards
Parámetros:			
A	996.3	1396.2	1150.7
Error estándar	22.71	79.60	108.9
Límite de conf. 95%	921.8-1010.9	1239.9-1552.5	936.9-1364.6
B	187.9	2.2791	2.1885
Error estándar	22.48	0.067	1.23
Límite de conf. 95%	143.7- 232.0	2.15-2.41	-0.22-5.59
C	0.0255	0.0108	0.0158
Error estándar	0.00081	0.000596	0.00317
Límite de conf. 95%	0.0239-0.0271	0.00962-0.012	0.0096-0.022
D	-	-	0.3415
Error estándar	-	-	0.2082
Límite de conf. 95%	-	-	0.068-0.75
No. de Iteraciones	5	5	5
R <sup>2</sup>	0.9783	0.9784	0.9786
R	1.3E-6	4.122E-6	1.749E-6

A partir de los modelos estimados, se han definido los puntos de interés biológico y económico (Tabla 4 y Figura 1). En primer lugar, se observa que las ecuaciones que hacen tangencia con las curvas de crecimiento en el punto de inflexión, tiene pendientes similares cuyo valor es válido solo en el punto de inflexión. El intercepto de estas ecuaciones con el eje X definen el punto final de la fase de adaptación de los peces al ambiente; este periodo de

adaptación finaliza a los 110 días con un peso medio de 112 gr. Yapuchura, Mamani, & Pari, (2016) reportan 171 días como periodos de adaptación al medio ambiente para el grupo de crecimiento Núcleo, éstas diferencias pueden ser atribuibles al manejo y/o a las características de las ovas.

En segundo lugar, la fase de aceleración de la tasa de crecimiento, comprendido desde la finalización de la fase de adaptación al ambiente hasta el punto de inflexión, tuvo una duración de 89 días, con una media de peso en el punto de inflexión de 556 gr. Yapuchura, Mamani, & Pari, (2016) reportan un periodo de 117 días con un peso de 575 gr.

En general, una curva de crecimiento en peces caracteriza el crecimiento de cierto grupo de peces bajo determinadas condiciones ambientales y de manejo, por tanto los resultados sirven para planificar y mejorar la performance de un sistema de producción en particular y de otros similares, pero no se deben generalizar para todos los sistemas de producción truchícola. Otras investigaciones como el de Dumas, France, & Bureau, (2010) confirman un patrón de ganancia de peso con forma sigmoidea, con un peso asintótico en la etapa adulta. La tasa de crecimiento aumenta durante la etapa juvenil, al que se denomina fase de autoaceleración del crecimiento y cuando se aproxima a la edad adulta tiende a un peso asintótico debido al desarrollo reproductivo, denominada fase autoinhibidora del crecimiento. Esta investigación y otras en la región de Puno (León-Velarde, 1996; Yapuchura et al., 2016) demuestran que algunos modelos matemáticos tienen la capacidad de describir y predecir los perfiles de crecimiento de las truchas, describen eficazmente un sistema, que resultan indispensables para estimar el

requerimiento de alimentos y la asignación de recursos porque están relacionados entre sí y cambian durante la vida de los animales (Dumas et al., 2010).

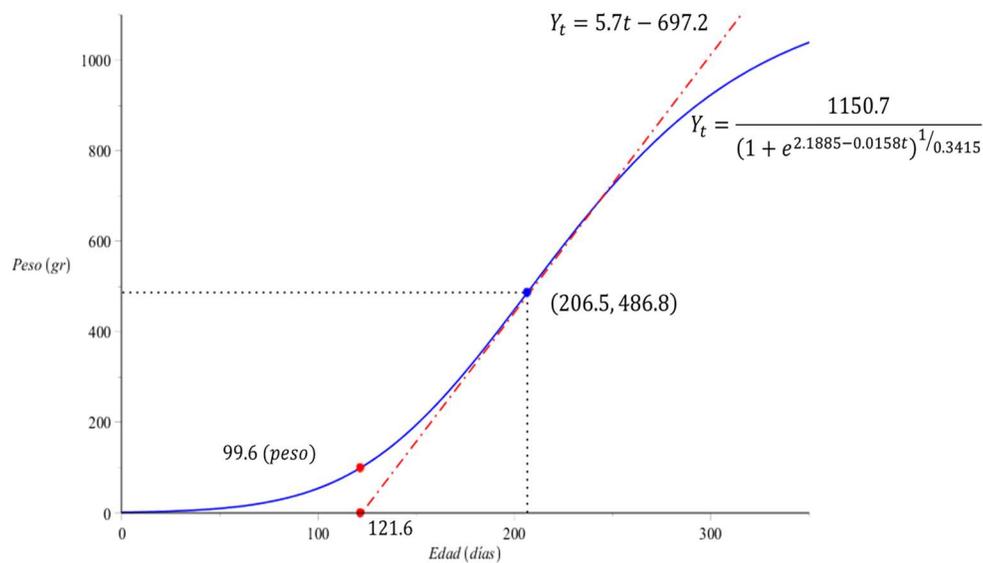
**Tabla 4. Puntos de interés de los modelos estimados, Capachica - 2016.**

	Modelos		
	Logistic	Gompertz	Richard s
<i>Grupo de crecimiento Núcleo</i>			
Punto de inflexión (día, gr)	(205.3 ; 498.2)	(211.0 ; 513.6)	(206.5 ;
Pendiente en punto de inflexión	6.4	5.5	486.8)
Ecuación*	$y = 6.4x - 805.9$	$y = 5.5x - 656.9$	5.7
Fin de fase lag (días)	126.9	118.4	y
Peso al final de la fase lag (gr)	119.0	92.0	= 5.7x
			- 697.2
			121.6
			99.6

\* tangente en el punto de inflexión

**Requerimiento de alimentos.** El cálculo de requerimiento de alimentos se hizo de dos formas, una teórica y de carácter referencial, basada en una tabla de alimentación proporcionada por una empresa productora de alimento para truchas y la segunda incluye un 30% más sobre la primera y reajustable de modo que la tasa de conversión alimenticia (TCA) sea menor a 1.2. Es decir, la forma de alimentación fue “ad libitum” o alimentación “a saciedad” (Morales & Quiros, 2004), con esta forma de alimentación se busca producir lo más rápido posible y de manera eficiente.

**Figura 1. Curva de crecimiento y puntos de interés: grupo de crecimiento Núcleo, modelo de Richards. Capachica – 2016.**



El resultado muestra que el consumo de alimentos requerido hasta la culminación de la fase de adaptación es del 12% de lo que se consumiría en un periodo de 269 días. Por lo tanto, el requerimiento de capital de trabajo también es bajo. En el punto de inflexión, la TCA es de 1.18 y el requerimiento de alimentos es de aproximadamente el 56%. Sin embargo, la TCA es más baja para pesos de 200, 250 y 330 gr, respectivamente, lo que supone una mejor conversión de los alimentos y por tanto mayor rentabilidad, siempre que el precio de venta de trucha fresca, sea el mismo para cualquier peso (Tabla 5).

**Tabla 5. Proyección del consumo de alimentos: grupo de crecimiento Núcleo, Capachica -2016.**

Proyección del consumo de alimento según:	Requerimiento de alimentos hasta:							
	Fin de la fase Lag	200 gr	250 gr	330 gr	P. I. *	500 gr	670 gr	810 gr
	122 días**	151	163	179	207	209	240	293
Tabla de alimentación	95.8	163.4	201.3	271.9	433.8	447.8	704.3	1007.2
TCA	0.84	0.80	0.80	0.82	0.89	0.89	1.05	1.24
Alimentación a saciedad	126.4	212.4	261.6	353.5	563.9	582.1	874.5	1053.4
TCA	1.09	1.05	1.04	1.06	1.15	1.16	1.30	1.30

\* Punto de inflexión

\*\* Todos los valores de la fila representan días transcurridos desde la siembra de alevinos

De esta forma, las estimaciones de requerimiento de alimentación diaria basadas en consideraciones teóricas sirven como control de dichos sistemas, ya que combinando con observaciones visuales de la actividad de alimentación, existe la posibilidad de "ajustar" la ración de alimentación. Por ello es importante planificar el uso de alimentos para un ciclo productivo. Finalmente, los modelos que describen la necesidad de energía o crecimiento de peces, se crean en condiciones de cría específicas, utilizando poblaciones específicas de peces. La necesidad real de energía o crecimiento puede, diferir de las predicciones del modelo debido a las diferencias genéticas, las condiciones ambientales y el tipo de instalación de cría, entre otros (Tveiten, Johnsen, & Jobling, 1996).

#### 4. CONCLUSIONES

El modelo de Richards describe con mayor precisión el crecimiento de truchas en el lago Titicaca, describiendo adecuadamente los puntos de interés biológico y económico. Estos resultados sirven para planificar y mejorar la

performance de un sistema de producción en particular, pero no son generalizables debido a las diferencias ambientales y de manejo. Las predicciones de los modelos Logistic y Gompertz subestiman o sobre estiman el peso en el periodo inicial y final. Las predicciones del consumo de alimentos indican que hasta el punto de inflexión el consumo sería en promedio del 56% con una TCA de 1.18, pero este ratio es menor para pesos de 200, 250 y 330 gr, lo que supone una mejor conversión de los alimentos y mayor rentabilidad, siempre que el precio de venta no depende del peso por unidad.

## 5. REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

- Agudelo, D., Cerón, M., & Restrepo, M. (2007). Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*. Colombia: Universidad de Antioquia. Retrieved from <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/>
- Aguilar, F. (2010). *Modelos matemáticos no lineales como herramienta para evaluar el crecimiento de tilapia roja (Oreochromis spp.) y tilapia nilótica (Oreochromis niloticus Var. Chitralada) alimentadas con dietas peletizadas o extruidas*. Ciencias para la producción animal. Universidad Nacional de Bogotá, Bogotá D.C.
- Arrieta, S., Goicochea, C., Moquillaza, P., & Mostacero, J. (1979). Edad y crecimiento de la Cachema, *Cynoscion Analis* (Jenyns), en el mar de Paíta (5°S). In *Instituto del Mar Peruano Informe No. 37* (pp. 59–64). Perú: IMARPE. Retrieved from <http://www.imarpe.gob.pe/imarpe/>
- Arrieta, S., Goicochea, C., Moquillaza, P., & Mostacero, J. (1996). Edad y crecimiento de la Lorna Sciaena Deliciosa (Tschudi) en el mar del Callao (12°S). In *Instituto del Mar del Perú Informe No. 37* (pp. 65–70). Lima - Perú: IMARPE. Retrieved from <http://www.imarpe.pe/imarpe/archivos/informes/>
- Bates, D. M., & Watts, D. G. (1981). Relative Curvature Measures of Nonlinearity (with Discussion). *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 42:1–25.
- Casas, G., Rodriguez, D., & Afanador, G. (2010). Propiedades matemáticas

- del modelo de Gompertz y su aplicación al crecimiento de los cerdos. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*. Retrieved from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=295023477010>
- Chiang, A., & Wainwright, K. (2006). *Metodos fundamentales de economía matemática*. (4ta., Ed.). México: Mc Graw Hill.
- Davidson JW, Kenney PB, Manor M, Good CM, Weber GM, Aussanasuwannakul A, Turk PJ, Weish C, S. S. (2014). Growth performance, fillet quality, and reproductive maturity of rainbow trout (*Oncorhynchus mykiss*) cultured to 5 kilograms within freshwater recirculating systems. *Journal of Aquaculture Research & Development*, 5(4). <https://doi.org/10.4172/2155-9546.1000238>
- De Sousa Júnior, J. de A. de, Garrido, M. da S., Carvalho, P. G. S. de, Rocha, L. G. da, & Campeche, D. F. B. (2014). Mathematical modeling applied to the growth of tilapia in net cages in the sub middle of the São Francisco river. *Engenharia Agrícola*, 34, 1001–1011. Retrieved from [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0100-69162014000500019&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-69162014000500019&nrm=iso)
- Domínguez-viveros, J., Ortega-gutiérrez, J. Á., Rodríguez-almeida, F. A., Callejas-juárez, N., Guadalupe, N., & Eduardo, A. (2014). Ajuste de modelos no lineales para caracterizar el crecimiento de bovinos Hereford y Salers, *XXIV*, 436–442.
- Dumas, A., France, J., & Bureau, D. (2010). Modelling growth and body composition in fish nutrition: Where have we been and where are we going? *Aquaculture Research*, 41(2), 161–181. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2109.2009.02323.x>
- Enberg, K., Dunlop, E., & Jørgensen, C. (2008). *Fish Growth. Encyclopedia of Ecology*. Oxford: Academic Press. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-008045405-4.00205-6>
- Gulland, J. (1971). *Manual de métodos para la evaluación de las poblaciones de peces*. España: Acribia - Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO).
- León-Velarde, C. (1996). *Informe final Proyecto de Desarrollo Agropecuario Sostenido en el Altiplano - PRODASA*. Centro Internacional de la Papa (CIP), Centro Internacional para la Investigación y Desarrollo (CIID), PRODASA.
- Morales, G., & Quiros, R. (2004). *Crecimiento y eficiencia alimentaria de trucha arco iris (Oncorhynchus mykiss) en jaulas bajo diferentes regimenes de alimentacion*. Universidad de Buenos Aires, Argentina.

- Panik, M. (2014). *Growth curve modeling*. West Hartford, Connecticut - USA: Wiley & Sons.
- Pérez, C. (2001). *El sistema estadístico SAS, The SAS System for Windows*. España: Prentice Hall.
- PRODUCE. (2015). Anuario Estadístico Pesquero y Acuícola 2015. *Ministerio de La Producción*, 1–196. Retrieved from <https://www.produce.gob.pe/documentos/estadisticas/anuarios/anuario-estadistico-pesca-2015.pdf>
- Richards, F. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*.
- SAS Institute Inc. (2015). *SAS Stat(R) 14.1 User's Guide*. United States of America.
- Strand, Å. (2005). Growth and bioenergetic models and their application in aquaculture of perch ( *Perca fluviatilis* ). *Vattenbruksinstitutionen, SLU*, (Rapport 42), 63.
- Trinidad, A. (2014). *Modelos de crecimiento en biología, su significado biológico y selección del modelo por su ajuste*. Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa.
- Tveiten, H., Johnsen, H. K., & Jobling, M. (1996). Influence of maturity status on the annual cycles of feeding and growth in Arctic charr reared at constant temperature. *Journal of Fish Biology*, 48, 910–924. <https://doi.org/10.1006/jfbi.1996.0091>
- Valverde, W. (2006). *Guía técnica: Producción de truchas arco iris en jaulas flotantes*. Lima - Perú: Fondo Nacional de Desarrollo Pesquero - FONDEPES.
- Winsor, C. (1932). The gompertz curve as a growth curve. *Proceedings of the National Academy of Sciences*.
- Yapuchura, C., Mamani, S., & Pari, D. (2016). *Importancia de las curvas de crecimiento y eficiencia en la alimentación de truchas arcoíris (oncorhynchus mikyss) en el costo de producción*. Puno - Perú: Universidad Nacional del Altiplano.